

ANSWER AND RATIONALE | 30 QUESTIONS

数学延伸 M2

数学归纳法 - 30 题答案与解析

基础步、归纳假设与递推证明。

姓名：_____	日期：_____	得分：____ / 30
DSE M2 独有	联招 证明迁移	高考 证明迁移

使用说明

先根据首页答案表计算准确率，再逐题阅读解析。错题应标记“知识点、错因、重做日期”；网页端完成 30 题后可自动生成学情报告。

重点方法：验证 $n=$ 起点-假设 k -证明 $k+1$

高频失分：只验证若干项就声称成立

DSE 知识范围依据：2027 HKDSE 数学评核大纲

https://www.hkeaa.edu.hk/DocLibrary/HKDSE/Subject_Information/math/2027hkdse-c-math.pdf

题型依据：本地 HKDSE 历年卷、Practice/Sample Paper

的任务结构。声明：题目身份逐题标注；当前生成卷均为DSE原创模考题，不复制或冒充历届真题原文。

答案速查

01 C	02 D	03 A	04 B	05 B	06 C
07 D	08 A	09 A	10 B	11 C	12 D
13 D	14 A	15 B	16 C	17 C	18 D
19 A	20 B	21 B	22 C	23 D	24 A
25 A	26 B	27 C	28 D	29 D	30 A

30 题逐题解析

Q01 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳法基础步

要用数学归纳法证明 $\Sigma(r=1 \rightarrow n) [2r] = 2n(n+1)/2$ ($n \geq 1$)。验证基础步 $n=1$ 时，左边等于多少？

正确答案：C - 2

解析：基础步必须把 $n=1$ 代入原命题。和式只有 $r=1$ 一项，值为 $2 \times 1 = 2$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳法基础步

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q02 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳递推

已知和式的通项为 $2r$ 。从 $\Sigma(r=1 \rightarrow j)$ 推到 $\Sigma(r=1 \rightarrow j+1)$ 时，求新增的一项：

正确答案：D - $2(j+1)$

解析：上限由 j 增至 $j+1$ ，只增加 $r=j+1$ 对应的一项；这是归纳假设真正被使用的入口。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳递推

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q03 | 基础 | 数学归纳法•Section A•整除证明

证明 $5^n - 1$ 能被 4 整除。已知归纳假设 $5^k - 1 = 4m$ ，把 $5^{k+1} - 1$ 写成 4 的倍数后，括号内的整数是：

正确答案：A - $5m + 1$

解析： $5^{k+1} - 1 = 5(5^k - 1) + 4 = 4[5m + 1]$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-整除证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q04 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳递推化简

用归纳法证明 $2[1+3+\dots+(2n-1)]=2n^2$ 。已知前 j 项和为 $2j^2$ ，加上第 $j+1$ 项后化简得：

正确答案：B - $2(j+1)^2$

解析：新增项为 $2[2(j+1)-1]=2(2j+1)$ ；与 $2j^2$ 相加得 $2(j+1)^2$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-归纳递推化简

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q05 | 应用 | 数学归纳法•Section B•不等式归纳

用归纳法证明 $2 \cdot 2^n \geq 2(n+1)$ 。由 $2 \cdot 2^j \geq 2(j+1)$ 可得 $2 \cdot 2^{j+1} \geq 4j+4$ 。为完成 $P(j+1)$ ，还需验证：

正确答案：B - $4j+4 \geq 2j+4$

解析：两边相减为 $2j \geq 0$ ，因此下界达到 $P(j+1)$ 的目标 $2(j+2)$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B-不等式归纳

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q06 | 应用 | 数学归纳法•Section B•和式证明

证明 $2\sum_{r=1}^n r^2 = 2n(n+1)(2n+1)/6$ 。由 $P(j)$ 推至 $P(j+1)$ 时，代入归纳假设后的左边是：

正确答案：C - $2j(j+1)(2j+1)/6 + 2(j+1)^2$

解析：先以归纳假设替换前 j 项，再加第 $j+1$ 项；随后才把式子化为目标形式。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B-和式证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q07 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳法基础步

要用数学归纳法证明 $\Sigma(r=1 \rightarrow n) [3r + 1] = 3n(n+1)/2 + 1n$ ($n \geq 1$)。验证基础步 $n=1$ 时，左边等于多少？

正确答案: D - 4

解析: 基础步必须把 $n=1$ 代入原命题。和式只有 $r=1$ 一项，值为 $3 \times 1 + 1 = 4$ 。

题目身份: DSE原创模考题

DSE 知识点: DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据: DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单 (非逐题出处): HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳法基础步

训练标签: DSE模考题

错因标签: 典型失分: 只验证若干项就声称成立

三考索引: DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明: 原创DSE模考题; 依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写, 不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导; 计算器只用于数值、矩阵或图像核验, 并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件; 保留精确值到最后一步, 并用估算检查数量级。

Q08 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳递推

已知和式的通项为 $3r + 1$ 。从 $\Sigma(r=1 \rightarrow j)$ 推到 $\Sigma(r=1 \rightarrow j+1)$ 时, 求新增的一项:

正确答案: A - $3(j+1) + 1$

解析: 上限由 j 增至 $j+1$, 只增加 $r=j+1$ 对应的一项; 这是归纳假设真正被使用的入口。

题目身份: DSE原创模考题

DSE 知识点: DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据: DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单 (非逐题出处): HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳递推

训练标签: DSE模考题

错因标签: 典型失分: 只验证若干项就声称成立

三考索引: DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明: 原创DSE模考题; 依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写, 不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导; 计算器只用于数值、矩阵或图像核验, 并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件; 保留精确值到最后一步, 并用估算检查数量级。

Q09 | 基础 | 数学归纳法•Section A•整除证明

证明 $9^n - 1$ 能被 4 整除。已知归纳假设 $9^k - 1 = 4m$ ，把 $9^{k+1} - 1$ 写成 4 的倍数后，括号内的整数是：

正确答案：A - $9m + 2$

解析： $9^{k+1} - 1 = 9(9^k - 1) + 8 = 4[9m + 2]$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-整除证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q10 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳递推化简

用归纳法证明 $3[1 + 3 + \dots + (2n - 1)] = 3n^2$ 。已知前 j 项和为 $3j^2$ ，加上第 $j+1$ 项后化简得：

正确答案：B - $3(j+1)^2$

解析：新增项为 $3[2(j+1) - 1] = 3(2j+1)$ ；与 $3j^2$ 相加得 $3(j+1)^2$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-归纳递推化简

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q11 | 应用 | 数学归纳法·Section B·不等式归纳

用归纳法证明 $3 \cdot 2^n \geq 3(n+1)$ 。由 $3 \cdot 2^j \geq 3(j+1)$ 可得 $3 \cdot 2^{j+1} \geq 6j+6$ 。为完成 $P(j+1)$ ，还需验证：

正确答案：C - $6j+6 \geq 3j+6$

解析：两边相减为 $3j \geq 0$ ，因此下界达到 $P(j+1)$ 的目标 $3(j+2)$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·不等式归纳

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q12 | 应用 | 数学归纳法·Section B·和式证明

证明 $3\sum_{r=1}^n r^2 = 3n(n+1)(2n+1)/6$ 。由 $P(j)$ 推至 $P(j+1)$ 时，代入归纳假设后的左边是：

正确答案：D - $3j(j+1)(2j+1)/6 + 3(j+1)^2$

解析：先以归纳假设替换前 j 项，再加第 $j+1$ 项；随后才把式子化为目标形式。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·和式证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q13 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳法基础步

要用数学归纳法证明 $\Sigma(r=1 \rightarrow n) [4r + 2] = 4n(n+1)/2 + 2n$ ($n \geq 1$)。验证基础步 $n=1$ 时，左边等于多少？

正确答案: D - 6

解析：基础步必须把 $n=1$ 代入原命题。和式只有 $r=1$ 一项，值为 $4 \times 1 + 2 = 6$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳法基础步

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q14 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳递推

已知和式的通项为 $4r + 2$ 。从 $\Sigma(r=1 \rightarrow j)$ 推到 $\Sigma(r=1 \rightarrow j+1)$ 时，求新增的一项：

正确答案: A - $4(j+1) + 2$

解析：上限由 j 增至 $j+1$ ，只增加 $r=j+1$ 对应的一项；这是归纳假设真正被使用的入口。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳递推

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q15 | 基础 | 数学归纳法·Section A·整除证明

证明 $13^n - 1$ 能被 4 整除。已知归纳假设 $13^k - 1 = 4m$ ，把 $13^{k+1} - 1$ 写成 4 的倍数后，括号内的整数是：

正确答案：B - $13m+3$

解析： $13^{k+1} - 1 = 13(13^k - 1) + 12 = 4[13m + 3]$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-整除证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q16 | 基础 | 数学归纳法·Section A·归纳递推化简

用归纳法证明 $4[1+3+\dots+(2n-1)]=4n^2$ 。已知前 j 项和为 $4j^2$ ，加上第 $j+1$ 项后化简得：

正确答案：C - $4(j+1)^2$

解析：新增项为 $4[2(j+1)-1]=4(2j+1)$ ；与 $4j^2$ 相加得 $4(j+1)^2$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-归纳递推化简

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q17 | 应用 | 数学归纳法·Section B·不等式归纳

用归纳法证明 $4 \cdot 2^n \geq 4(n+1)$ 。由 $4 \cdot 2^j \geq 4(j+1)$ 可得 $4 \cdot 2^{j+1} \geq 8j+8$ 。为完成 $P(j+1)$ ，还需验证：

正确答案：C - $8j+8 \geq 4j+8$

解析：两边相减为 $4j \geq 0$ ，因此下界达到 $P(j+1)$ 的目标 $4(j+2)$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·不等式归纳

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q18 | 应用 | 数学归纳法·Section B·和式证明

证明 $4\sum_{r=1}^n r^2 = 4n(n+1)(2n+1)/6$ 。由 $P(j)$ 推至 $P(j+1)$ 时，代入归纳假设后的左边是：

正确答案：D - $4j(j+1)(2j+1)/6 + 4(j+1)^2$

解析：先以归纳假设替换前 j 项，再加第 $j+1$ 项；随后才把式子化为目标形式。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·和式证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q19 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳法基础步

要用数学归纳法证明 $\Sigma(r=1 \rightarrow n) [5r + 3] = 5n(n+1)/2 + 3n$ ($n \geq 1$)。验证基础步 $n=1$ 时，左边等于多少？

正确答案: A - 8

解析: 基础步必须把 $n=1$ 代入原命题。和式只有 $r=1$ 一项，值为 $5 \times 1 + 3 = 8$ 。

题目身份: DSE原创模考题

DSE 知识点: DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据: DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单 (非逐题出处): HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳法基础步

训练标签: DSE模考题

错因标签: 典型失分: 只验证若干项就声称成立

三考索引: DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明: 原创DSE模考题; 依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写, 不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导; 计算器只用于数值、矩阵或图像核验, 并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件; 保留精确值到最后一步, 并用估算检查数量级。

Q20 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳递推

已知和式的通项为 $5r + 3$ 。从 $\Sigma(r=1 \rightarrow j)$ 推到 $\Sigma(r=1 \rightarrow j+1)$ 时, 求新增的一项:

正确答案: B - $5(j+1) + 3$

解析: 上限由 j 增至 $j+1$, 只增加 $r=j+1$ 对应的一项; 这是归纳假设真正被使用的入口。

题目身份: DSE原创模考题

DSE 知识点: DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据: DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单 (非逐题出处): HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A•归纳递推

训练标签: DSE模考题

错因标签: 典型失分: 只验证若干项就声称成立

三考索引: DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明: 原创DSE模考题; 依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写, 不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导; 计算器只用于数值、矩阵或图像核验, 并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件; 保留精确值到最后一步, 并用估算检查数量级。

Q21 | 基础 | 数学归纳法·Section A·整除证明

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：证明 $17^n - 1$ 能被 4 整除。已知归纳假设 $17^k - 1 = 4m$ ，把 $17^{k+1} - 1$ 写成 4 的倍数后，括号内的整数是：

正确答案：B - $17m+4$

解析： $17^{k+1} - 1 = 17(17^k - 1) + 16 = 4[17m + 4]$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A·整除证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q22 | 基础 | 数学归纳法·Section A·归纳递推化简

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：用归纳法证明 $5[1+3+\dots+(2n-1)] = 5n^2$ 。已知前 j 项和为 $5j^2$ ，加上第 $j+1$ 项后化简得：

正确答案：C - $5(j+1)^2$

解析：新增项为 $5[2(j+1)-1] = 5(2j+1)$ ；与 $5j^2$ 相加得 $5(j+1)^2$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A·归纳递推化简

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q23 | 应用 | 数学归纳法·Section B·不等式归纳

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：用归纳法证明 $5 \cdot 2^n \geq 5(n+1)$ 。由 $5 \cdot 2^j \geq 5(j+1)$ 可得 $5 \cdot 2^{j+1} \geq 10j+10$ 。为完成 $P(j+1)$ ，还需验证：

正确答案：D - $10j+10 \geq 5j+10$

解析：两边相减为 $5j \geq 0$ ，因此下界达到 $P(j+1)$ 的目标 $5(j+1)$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·不等式归纳

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q24 | 应用 | 数学归纳法·Section B·和式证明

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：证明 $5\sum(r=1 \rightarrow n)r^2 = 5n(n+1)(2n+1)/6$ 。由 $P(j)$ 推至 $P(j+1)$ 时，代入归纳假设后的左边是：

正确答案：A - $5j(j+1)(2j+1)/6 + 5(j+1)^2$

解析：先以归纳假设替换前 j 项，再加第 $j+1$ 项；随后才把式子化为目标形式。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·和式证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q25 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳法基础步

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：要用数学归纳法证明 $\Sigma(r=1 \rightarrow n) [6r + 4] = 6n(n+1)/2 + 4n$ ($n \geq 1$)。验证基础步 $n=1$ 时，左边等于多少？

正确答案：A - 10

解析：基础步必须把 $n=1$ 代入原命题。和式只有 $r=1$ 一项，值为 $6 \times 1 + 4 = 10$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-归纳法基础步

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q26 | 基础 | 数学归纳法•Section A•归纳递推

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：已知和式的通项为 $6r + 4$ 。从 $\Sigma(r=1 \rightarrow j)$ 推到 $\Sigma(r=1 \rightarrow j+1)$ 时，求新增的一项：

正确答案：B - $6(j+1) + 4$

解析：上限由 j 增至 $j+1$ ，只增加 $r=j+1$ 对应的一项；这是归纳假设真正被使用的入口。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A-归纳递推

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q27 | 基础 | 数学归纳法·Section A·整除证明

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：证明 $21^n - 1$ 能被 4 整除。已知归纳假设 $21^k - 1 = 4m$ ，把 $21^{k+1} - 1$ 写成 4 的倍数后，括号内的整数是：

正确答案：C - $21m+5$

解析： $21^{k+1} - 1 = 21(21^k - 1) + 20 = 4[21m + 5]$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A·整除证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q28 | 基础 | 数学归纳法·Section A·归纳递推化简

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：用归纳法证明 $6[1+3+\dots+(2n-1)] = 6n^2$ 。已知前 j 项和为 $6j^2$ ，加上第 $j+1$ 项后化简得：

正确答案：D - $6(j+1)^2$

解析：新增项为 $6[2(j+1)-1] = 6(2j+1)$ ；与 $6j^2$ 相加得 $6(j+1)^2$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section A·归纳递推化简

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q29 | 应用 | 数学归纳法·Section B·不等式归纳

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：用归纳法证明 $6 \cdot 2^n \geq 6(n+1)$ 。由 $6 \cdot 2^j \geq 6(j+1)$ 可得 $6 \cdot 2^{j+1} \geq 12j+12$ 。为完成 $P(j+1)$ ，还需验证：

正确答案：D - $12j+12 \geq 6j+12$

解析：两边相减为 $6j \geq 0$ ，因此下界达到 $P(j+1)$ 的目标 $6(j+2)$ 。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·不等式归纳

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。

Q30 | 应用 | 数学归纳法·Section B·和式证明

【原创参数变式 | 数学归纳法】以下参数为训练所设，不是考评局或新闻资料中的实际数据：证明 $6\sum(r=1 \rightarrow n)r^2 = 6n(n+1)(2n+1)/6$ 。由 $P(j)$ 推至 $P(j+1)$ 时，代入归纳假设后的左边是：

正确答案：A - $6j(j+1)(2j+1)/6 + 6(j+1)^2$

解析：先以归纳假设替换前 j 项，再加第 $j+1$ 项；随后才把式子化为目标形式。

题目身份：DSE原创模考题

DSE 知识点：DSE课程知识点 | 数学归纳法 | 基础步、归纳假设与递推证明。

题型依据：DSE模考题型 | 参照 能力结构参考清单（非逐题出处）：HKDSE Mathematics Extended Part Module 2 2027 Assessment Framework、2012-2023公开卷、Sample Paper 与 Practice Paper | DSE原创模考 · DSE M2 Section B·和式证明

训练标签：DSE模考题

错因标签：典型失分：只验证若干项就声称成立

三考索引：DSE: M2 独有 | 联招: 证明迁移 | 高考: 证明迁移

原创声明：原创DSE模考题；依照DSE课程范围与公开卷常见任务结构编写，不是历届真题、官方拟题或逐题改写。

CALC 计算器路径

先用精确式完成推导；计算器只用于数值、矩阵或图像核验，并检查 RAD/DEG 与显示精度。

EXACT 不使用计算器

写出定义、关键变形和结论条件；保留精确值到最后一步，并用估算检查数量级。